

März 2017

Vor 195 Jahren geboren

JOSEPH BERTRAND (11.03.1822 - 05.04.1900)

Joseph Bertrand (1822 - 1900)



Mathematica

JOSEPH LOUIS FRANÇOIS BERTRAND ist erst neun Jahre alt, als sein Vater ALEXANDRE, Verfasser von populären Wissenschaftsbüchern, plötzlich stirbt. Glück im Unglück: Ein Onkel, JEAN-MARIE CONSTANT DUHAMEL, nimmt sich des hochbegabten Jungen an. DUHAMEL ist Lehrer für Mathematik und Physik, war zuvor Schüler von GASPARD MONGE, und er wird später (ab 1836) Professor für Analysis und Mechanik an der *École Polytechnique* in Paris. Als der 9-jährige JOSEPH in die Familie des Onkels kommt, spricht er bereits fließend Lateinisch und kennt sich in Geometrie und Algebra aus.

Im Alter von elf Jahren erhält er - dank der Unterstützung seines Ersatz-Vaters - die Erlaubnis, Vorlesungen an der *École Polytechnique* zu besuchen. Mit dem Ablegen einer Prüfung muss er allerdings warten, bis er 16 Jahre alt ist. Ein Jahr später promoviert er über ein Thema aus der Thermodynamik, setzt aber danach noch zwei Jahre sein Studium fort, teilweise auch an der *École des Mines*. Mit 19 Jahren wird er als Professor für Elementarmathematik am *Lycée Saint-Louis* angestellt, eine der angesehenen Eliteschulen des Landes.

1842 wird BERTRAND Opfer eines Eisenbahnunglücks, als er nach einem Besuch bei der befreundeten Familie ACLOCQUE von Versailles aus nach Paris zurückfährt. Er überlebt, aber bis zu seinem Lebensende sind tiefe Narben im Gesicht erkennbar. 1844 heiratet er LOUISE CELINE ACLOCQUE. Aus der Ehe gehen drei Söhne hervor.

Nach einer Tätigkeit als fest angestellter Repetitor an der *École Polytechnique* und der Zulassung als Prüfer wird er dort 1856 auf den Lehrstuhl für Analysis berufen. Von 1852 an übernimmt er Lehrtätigkeiten auch am *Lycée Henry IV* sowie an der *École Normale Supérieure*. 1862 erhält er zusätzlich eine Professur am *Collège de France*.



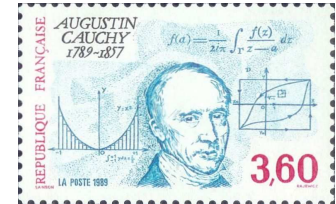
MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		



Nach Arbeiten zur mathematischen Physik (*Surfaces isothermes orthogonales*) veröffentlicht BERTRAND im Jahr 1845 aufgrund der Auswertung einer Tabelle mit Primzahlen bis sechs Millionen (also auf empirische Wege) eine Vermutung über die Verteilung der Primzahlen: *Zwischen einer natürlichen Zahl n und dem Doppelten dieser Zahl gibt es mindestens eine Primzahl.* Ein allgemeiner Beweis dieser Vermutung gelingt ihm nicht, wohl aber wenige Jahre danach dem russischen

Mathematiker PAFNUTI LWOWITSCH TSCHEBYSCHOW.

Ein Beitrag zur Gruppentheorie, den er 1845 der *Académie des Sciences* vorlegt, ist für AUGUSTIN LOUIS CAUCHY, der mit der Begutachtung beauftragt wird, Anlass, sich wieder mit diesem Thema zu beschäftigen und erheblich weiterzuentwickeln.

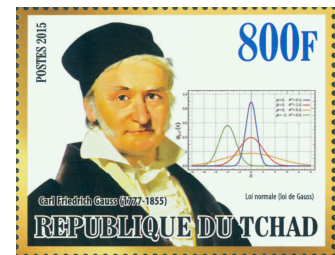


Von 1850 an konzentriert sich BERTRAND darauf, Bücher für Schulen zu verfassen. Die beiden Bände *Traité d'arithmétique* und *Traité élémentaire d'algèbre* sind äußerst erfolgreich und werden mehrfach nachgedruckt. In späteren Jahren folgen Bücher



für Studenten der Mathematik und der Physik, u. a. zwei Bände der *Traité de calcul différentiel et de calcul intégral*, *Leçons sur la théorie mathématique de l'électricité*.

1853 gibt er eine Bearbeitung der *Mécanique analytique* von JOSEPH-LOUIS LAGRANGE heraus, 1855 übersetzt er die GAUSS'sche Arbeit zur Fehlerrechnung (*Méthode des moindres carrés*).



Nach der Niederlage der französischen Truppen im Krieg 1870/71 kommt es in Paris zu bürgerkriegsähnlichen Zuständen, als im Mai 1871 die Regierungstruppen versuchen, die Herrschaft der *Pariser Kommune* zu beenden. Bei den Straßenkämpfen geht auch BERTRANDS Haus in Flammen auf, und zahlreiche Manuskripte gehen verloren. Erst Jahre später rafft sich BERTRAND auf, die bereits fertig gestellte *Thermodynamique* neu zu verfassen. Die Arbeit an dem ebenfalls vorbereiteten dritten Band zur Analysis nimmt er nicht wieder auf.

Seit 1856 Mitglied der *Académie des Sciences*, wird er von 1874 an bis zu seinem Lebensende deren *secrétaire perpétuel* (Geschäftsführer). 1884 wird der hoch angesehene Wissenschaftler in den Kreis der 40 *Unsterblichen* der *Académie française* gewählt. Von 1865 an ist er Herausgeber des *Journal des savants*. Für diese und auch für andere Zeitschriften verfasst er regelmäßig Kurzbiografien, u. a. über FRANÇOIS VIÈTE, JEAN LE ROND D'ALEMBERT und BLAISE PASCAL, populärwissenschaftliche Beiträge sowie Darstellungen zur Geschichte der Astronomie.

BERTRAND beschäftigt sich auch mit mathematischen Theorien zur Volkswirtschaftslehre und stellt 1883 im Beitrag *Théorie Mathématique de la Richesse Sociale* sein Duopol-Modell des (heute so genannten) BERTRAND-Wettbewerbs gegen die Theorien von ANTOINE-AUGUSTIN COURNOT (*Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, 1838). Während COURNOT die Angebotsmenge zweier Konkurrenten auf dem Markt als entscheidende Variable betont (die beiden Konkurrenten reagieren mit ihrer Angebotsmenge jeweils auf das Angebot des anderen, bis ein Gleichgewicht erreicht ist), stellt BERTRAND in seinem Modell die Taktik hinsichtlich der Festsetzung des Preises (im Sinne der Spieltheorie) in den Vordergrund.

Von den 1870er-Jahren an beschäftigt sich BERTRAND zunehmend mit Problemen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 1888/89 erscheint dann das umfangreiche Werk *Calcul des probabilités*.

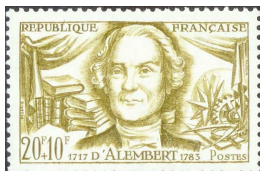


In einem ungewöhnliche 50 Seiten umfassenden Vorwort reflektiert er zunächst die Frage, warum die Wahrscheinlichkeitsrechnung, die doch zu den interessantesten Zweigen der Mathematik gehöre, bisher so sehr vernachlässigt worden ist. Als einen möglichen Grund benennt er den hohen mathematischen Anspruch des Buches *Théorie analytique des probabilités* von PIERRE SIMON DE LAPLACE aus dem Jahr 1812, ohne dessen Lektüre man sich nicht mit der Materie beschäftigen könne.

Dann geht er auf den scheinbaren Widerspruch ein, wenn von den *Gesetzmäßigkeiten des Zufalls (Les Lois du Hasard)* die Rede ist, und benennt einige der Problemstellungen, die von Mathematikern wie DANIEL BERNOULLI, JEAN LE ROND D'ALEMBERT, GEORGES-LOUIS LECLERC BUFFON fehlerhaft erörtert worden sind, und arbeitet heraus, worin deren Fehlschlüsse bestanden. Er setzt sich kritisch mit der Erfassung und Auswertung statistischer Daten auseinander (z. B. im Zusammenhang mit Geburts- und Sterbestatistiken, aber auch mit der Auswertung von Messreihen in der Astronomie).



Im Vorwort setzt er auch mit dem Irrtum von Roulette-Spielern auseinander, die aus dem BERNOULLI'schen *Gesetz der Großen Zahlen* die *Gewissheit* ablesen, dass es bei einem Übergewicht von *noir* gegenüber *rouge* bald zu einem Ausgleich kommen muss (*une dette envers la rouge*; *dette* = Schuld). Sein Kommentar *On fait trop d'honneur à la roulette: Elle n'a ni conscience ni mémoire* (Zu viel der Ehre für das Roulette: Es hat weder Gewissen noch Gedächtnis) wird zum geflügelten Wort für Zufallsvorgänge.



Im ersten Kapitel über die Berechnung von Chancen setzt sich BERTRAND mit dem Problem auseinander, warum es nicht immer einfach ist, die Anzahl der günstigen und die Anzahl der möglichen Fälle zu bestimmen. Im ersten Beispiel geht er auf den Irrtum D'ALEMBERTS ein, wenn dieser beim Werfen zweier Würfel die Augenzahl-Kombination *ab* und *ba* nicht voneinander unterscheidet.

Das folgende zweite Beispiel hat Anregungen für zahlreiche Aufgabenvariationen gegeben, die bis zum heutigen Tag zu heftigen Diskussionen führen:

- Gegeben sind drei gleich aussehende Kästchen mit jeweils zwei Schubladen; beim ersten Kästchen liegt in jeder Schublade eine Goldmünze, beim zweiten je eine Silbermünze und beim dritten Kästchen enthält eine Schublade eine Goldmünze, die andere eine Silbermünze. Die Wahrscheinlichkeit, ein Kästchen mit zwei verschiedenen Münzen auszuwählen, ist offensichtlich gleich $\frac{1}{3}$.

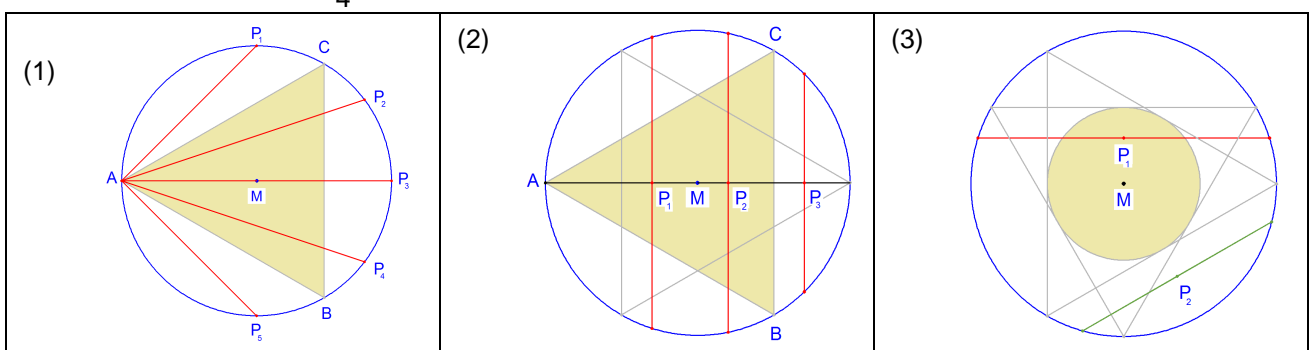
Dann wählt man zufällig ein Kästchen aus und zieht willkürlich eine der Schubladen heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt in der anderen Schublade des Kästchens eine Münze aus dem anderen Metall? Da es nur zwei Möglichkeiten gibt, nachdem man die Art der Münze in der geöffneten Schublade gesehen hat, ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um das dritte Kästchen handelt, gleich $\frac{1}{2}$. Wie kann es sein, dass durch das Öffnen einer Schublade die Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ auf $\frac{1}{2}$ steigt?

Im fünften Beispiel dann thematisiert BERTRAND das Problem, die Anzahl der günstigen bzw. der möglichen Fälle zu bestimmen, wenn es unendlich viele Möglichkeiten gibt. Hier findet man das nach ihm benannte Paradoxon sowie seine Modellierungen:

- In einem Kreis zeichnet man *zufällig (au hasard)* eine Sehne. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Sehne größer ist als die Seite eines eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks?

Je nachdem, wie man dieses „zufällige“ Zeichnen deutet, kommt man zu unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten. BERTRAND nennt drei Möglichkeiten:

- (1) Man verbindet A, einen der Eckpunkte des gleichseitigen Dreiecks ABC, mit einem *beliebigen* Punkt P der Kreislinie. Diese Sehne ist länger als die Dreiecksseiten, wenn P zwischen B und C liegt. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist $\frac{1}{3}$.
- (2) Auf einem Durchmesser wählt man einen *beliebigen* Punkt P und zeichnet durch P eine Senkrechte. Die Länge dieser Sehne ist größer als die Dreiecksseiten, wenn P weniger als der halbe Radius vom Mittelpunkt M entfernt ist – mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$.
- (3) Man wählt einen *beliebigen* Punkt P der Kreisfläche und zeichnet durch diesen eine Sehne derart, dass der Punkt P Mittelpunkt der Sehne ist. Die Sehne ist größer als die Dreiecksseiten, wenn P weniger als der halbe Radius vom Mittelpunkt M entfernt ist. Dies ist mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ der Fall.

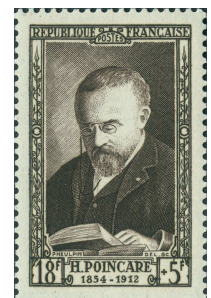


Die rhetorische Frage, welche der drei Lösungen falsch ist, beantwortet er so: *Keine ist falsch, keine ist ganz richtig – die Frage ist falsch gestellt.*

Bekannt ist auch das folgende *Stimmzettel-Problem* von BERTRAND:

- Bei einer Abstimmung erhält Kandidat A p Stimmen und Kandidat B q Stimmen, mit $p > q$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass während des Auszählens der Stimmen Kandidat A stets vor Kandidat B liegt?

Es fällt auf, dass BERTRAND in seinem Werk auf die Verdienste vieler seiner Vorgänger eingeht, vor allem auf die von DE MOIVRE, LAPLACE und BIENAYMÉ, jedoch mit keinem Wort TSCHEBYSCHOW erwähnt. Die Anerkennung, die sein Buch erfährt, währt jedoch nicht lange: HENRI POINCARÉ wird nach der Lektüre zu einem eigenen Werk zur Wahrscheinlichkeitsrechnung angeregt, das – mit identischem Titel – bereits 1896 erscheint und so BERTRANDS Buch in der Wahrnehmung verdrängt.



In seinen letzten Lebensjahren widmet sich BERTRAND vor allem dem Familienleben und den Begegnungen mit seinen Freunden. Insbesondere gefällt es ihm, sich mit seinem Schwager CHARLES HERMITE und dessen Schwiegersohn ÉMILE PICARD über mathematische Themen auszutauschen.